Литература

1. Бердичевский В.Л. Уравнения механики жидкости с частицами // Проблемы осреднения и построения континуальных моделей в механике сплошной среды. - М.: Изд-во МГУ, 1980. - С.10-35.

2. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. - М.: Наука, 1978. - 336 с.

3. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. - М.: Наука, 1972. - 312 с.

4. Sato J., Secoguchi K. Liquid velosity distribution in two-phase bubble flow. - International jonrnal of Multiphase Flow - Great Britain, 1975. - Vol. 2. - p 79-95.

5. Гольдштик М.А. Некоторые проблемы теории газожидкостных систем // Гидродинамика и теплообмен в двухфа: ых средах / Ин-т теплофизики СО АН СССР. - Новосибирск, 1981. - С.31-41.

6. Горин А.В. К анализу турбулентных течений жидкости с пузырьками газа // Гидродинамика и теплообмен в одно- и двухфазных средах / Ин-т теплофизики СО АН СССР. - Новосибирск, 1979. - С.115-121.

УДК 519.24

Б.Ю.Лемешко, В.М.Чубич
(Новосиб. электротехн. ин-т)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СГЛАЖИВАЮЩИХ ФИЛЬТРОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерений траектории объекта поступают в ЭВМ по линиям связи от измерительных устройств в темпе их регистрации. Математическое обеспечение обработки результатов измерений предусматривает хранение принимаемых данных, отсев аномальных измерений, построение сглаживающих фильтров для оценивания параметров динамической модели объекта, оценку параметров траектории и ее прогнозирование, выдачу целеуказания средствам измерений для более точного автосопровождения объекта измерительными средствами.

Предварительная статистическая обработка траекторных измерений параметров движения объекта позволяет, с одной стороны, повысить точность экспериментальных данных за счет уменьшения влияния случайных ошибок в отдельных измерениях, а с другой - свести большое количество экспериментальных данных к нескольким коэффициентам сглаживающего полинома. Кроме того, использование полиномов, аппроксимирующих дискретные измерения, полученные от средств регистрации измерений, дает возможность приводить наблюдения к совпадающим моментам времени, применять полученные результаты для оценивания параметров динамической модели движения объекта.

Пусть результаты измерений некоторого процесса $z(t)$ представляют собой сумму

$$y(t_i) = z(t_i) + \varepsilon(t_i), \quad i = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{1}$$

значений неслучайного процесса $z(t_i)$ и случайной ошибки измерений $\varepsilon(t_i)$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_i^2 = \sigma_0^2 / \omega_i$, где ω_i - веса измерений. В качестве сглаживающей кривой $z(t)$ обычно используют алгебраический полином вида

$$z(t) = \sum_{j=0}^{k} a_j t^j, \tag{2}$$

где $k < n$. Для определения коэффициентов этого полинома применяют метод наименьших квадратов. Это приводит к необходимости решения системы из k + 1 алгебраического уравнения, что не всегда оказывается удобным, особенно при обработке измерений в реальном режиме времени. Более приемлемым для аппроксимации измеренных значений является использование линейной комбинации ортогональных полиномов Чебышева[ж]. В этом случае выражение (2) примет вид

$$z(t) = \sum_{j=0}^{k} q_j \psi_j(t), \tag{3}$$

где $\psi_j(t)$ - ортогональные на множестве точек $t_i, i = 0, 1, \ldots, n-1$ с весом $\omega(t_i)$ полиномы, в качестве которых берут

$$\psi_j(t) = \varphi_j(t) / \sqrt{\omega(t_i)} \tag{4}$$

и $\varphi_j(t), j = 0, 1, \ldots, k,$ - ортогональные полиномы Чебышева. Эти полиномы определяются соотношениями

ж Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. - М.: Сов. радио, 1978

$$\varphi_0(t)=1,$$

$$\varphi_1(t)=t-\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}t_i,$$

$$\varphi_2(t)=t^2-\frac{\sum_{i=0}^{n-1}t_i^2\varphi_1(t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1}\varphi_1(t_i)}\varphi_1(t)-\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}t_i^2,$$

$$\ldots$$

$$\varphi_m(t)=t^m-\frac{\sum_{i=0}^{n-1}t_i^m\varphi_{m-1}(t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1}\varphi_{m-1}^2(t_i)}\varphi_{m-1}(t)- \tag{5}$$

$$-\frac{\sum_{i=0}^{n-1}t_i^m\varphi_{m-2}(t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1}\varphi_{m-2}^2(t_i)}\varphi_{m-2}(t)-\ldots-\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}t_i^m.$$

Использование метода наименьших квадратов для определения оценок параметров q_j приводит к системе из $k+1$ независимого уравнения, из которой оценки параметров получаются непосредственно через результаты измерений:

$$q_j=\frac{\sum_{i=0}^{n-1}\omega(t_i)y(t_i)\psi_j(t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1}\omega(t_i)\psi_j^2(t_i)},\ j=0,1,\ldots,k. \tag{6}$$

Линейная комбинация ортогональных полиномов легко сводится к эквивалентному алгебраическому полиному вида (2). В разработанном программном обеспечении обработки экспериментальных наблюдений хранятся и используются на этапах последующего анализа коэффициенты такого алгебраического полинома.

Алгоритм построения сглаживающего фильтра в виде линейной комбинации ортогональных полиномов Чебышева организует последовательное построение ортогональных полиномов более высокого порядка в форме обычных алгебраических полиномов. Это обеспечивает простоту дальнейшего использования сглаживающего фильтра.

Необходимо подчеркнуть, что при построении линейной комбинации ортогональных полиномов высокой степени требуется проводить вычисления с двойной точностью. Экспериментальные исследования показали, что при вычислениях без двойной точности погрешности вычислений становятся ощутимыми для полиномов пятого порядка, а при более высокой степени полиномов эти погрешности резко возрастают.

Применение линейной комбинации ортогональных полиномов оказывается эффективным для целеуказания средствам регистрации параметров движения объекта в темпе проведения измерений. В том случае, если измерения осуществляются в дискретные моменты времени с постоянным шагом, в зависимости от используемой степени полиномов могут быть получены простые соотношения для прогноза параметров траектории. Например, при линейном прогнозе наилучшая оценка для прогноза по 5 наблюдениям на 2 такта вперед дается выражением

$$\hat{z}(t_7) = -0.6y(t_1) - 0.2y(t_2) + 0.2y(t_3) + 0.6y(t_4) + y(t_5), \quad (7)$$

где $t_i, i=1,2,\ldots,5$ - моменты измерений, $y(t_i)$ - результаты измерений с постоянным шагом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. А при квадратичном прогнозе получено аналогичное выражение:

$$\hat{z}(t_7) = 1.4y(t_1) - 1.2y(t_2) - 1.8y(t_3) - 0.4y(t_4) + 3y(t_5). \quad (8)$$

Простота этих соотношений позволяет за интервал времени между поступлением измерений провести их обработку и выдать целеуказание средствам измерений в линию связи. Опыт эксплуатации показывает достаточно высокую степень совпадения прогноза с наблюдаемыми значениями параметров траектории.

Результаты предварительной статистической обработки наблюдений и, в частности, сглаживающие фильтры используются далее для оценки параметров динамической модели объекта.

УДК 519.24

Э.И.Герман, С.С.Литвинов
(Томский ин-т автоматизированных систем управления и радиоэлектроники)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМОВ БУРЕНИЯ

Распределение объемов бурения в нефтедобывающем объединении зависит от большого числа самых разнообразных факторов. Среди них можно отметить следующие: предполагаемую продуктивность новых площадей, геологическую изученность, степень обустройства, нали-