УДК 33С3:681.3

Применение ЭВМ в оптимальном планировании и проектировании: Межвуз. сб.науч.трудов / Новосиб.электротехн; Отв.ред. В.И.Денисов. - Новосибирск, 1981. - 200 с.

Сборник содержит работы по исследованию алгоритмического и программного обеспечения задач оптимального планирования и проектирования. Основное внимание уделено эффективности алгоритмов планирования регрессионного эксперимента, распознаванию образов в статической и динамической постановках, математическому моделированию и связанному с ним решению задач математической физики.

УДК 519.25

В.И.Денисов, Б.Ю.Лемешко

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТАБЛИЦ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОГО ГРУППИРОВАНИЯ

При статистической обработке экспериментальных наблюдений постоянно приходится сталкиваться с задачей оценивания параметров распределения вероятностей, вид функции плотности $f(x, \theta)$ которого предполагается известным. В большинстве случаев процедура оценивания параметров сопровождается группированием данных.

Наиболее широко на практике используется метод моментов [1], который при определенных условиях приводит к состоятельным оценкам. Метод неприменим, когда теоретические моменты нужного порядка не существуют. Кроме того, оценки по методу моментов, вообще говоря, неэффективны [2]. При использовании группирования всем наблюдениям в группе присваивают одинаковые значения, что, в свою очередь, приводит к значительным систематическим ошибкам и требует поправок. Так, если интервалы группирования равны по длине, зачастую используют поправки для моментов [1]. Использование поправок не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Нередко приходится констатировать, что оценка, полученная с применением поправок, оказывается дальше от истинного значения, чем оценка без поправки [3,4]. Несмотря на свои недостатки, метод моментов применительно к сгруппированным данным продолжает широко использоваться на практике [5], что связано в первую очередь с простотой и незначительным объемом вычислений.

Ряд методов оценивания предполагает, что выборка, по которой оцениваются параметры, будет полностью группирована. Сюда относится метод минимума χ^2 Пирсона, модифицированный метод минимума χ^2, методы, основанные на минимизации расстояния Хеллингера, дивергенции

Калбэка-Лейблера, меры расхождения Холдейна [2]. Все эти методы при соответствующих условиях регулярности дают состоятельные и асимптотически эффективные оценки. Однако наиболее предпочтительным методом при учете эффективности второго порядка является метод максимального правдоподобия [2]. При этом асимптотическая дисперсионная матрица оценки вектора параметров $\hat{\theta}$ распределения, определяемая с использованием перечисленных методов, описывается соотношением

$$D[\hat{\theta}] = N^{-1} J^{-1}(\theta),$$

где N - объем выборки;

$J(\theta)$ - информационная матрица Фишера по группированным данным, зависящая от граничных точек интервалов группирования.

Любое группирование приводит к потере информации, понимаемой в самом общем смысле, по сравнению с исходной негруппированной выборкой. А это отрицательно сказывается на качестве результатов статистических выводов.

В работе [6] показано, что матрица $J(\theta)$ определяет не только асимптотическую дисперсию оценки вектора параметров, но и является мерой близости распределений при проверке гипотез, например, по критерию χ^2 Пирсона, непосредственно определяет мощность критерия.

Используя зависимость $J(\theta)$ от граничных точек, в работах [6-12] построены таблицы асимптотически оптимального группирования, позволяющие минимизировать потери в информационном количестве Фишера, связанные с группированием данных. Выигрыш в асимптотической дисперсии, мощности критериев при асимптотически оптимальном группировании особенно существен при малом числе интервалов. Например, потери в информационном количестве Фишера относительно ситуации асимптотически оптимального группирования, если предпочтение отдается разбиению на интервалы равной вероятности, в ряде случаев достигают 40-50% и даже более. Таблицы асимптотически оптимальных граничных точек построены при числе интервалов от 2 до 10÷15 для распределений Релея, Максвелла, Вейбулла, распределений экстремальных значений, Коши, логистического, нормального, Парето для скалярных и векторных параметров, вычислены таблицы соответствующих оптимальных вероятностей. Важно подчеркнуть, что полученные таблицы асимптотически оптимального группирования инвариантны относительно параметров соответствующих распределений.

При оценивании параметров с использовании таблиц асимптотически оптимального группирования возможны два подхода. Во-первых, в большинстве практических ситуаций имеются некоторые априорные сведения о параметрах распределения. И в этом случае существует возможность выбора оптимальных граничных точек относительно прогнозируемого значения параметра с использованием в дальнейшем одного из известных методов оценивания. Во-вторых, можно разбивать исходную негруппированную выборку на группы таким образом, чтобы число реализаций случайной величины в каждой группе было пропорционально вероятностям при оптимальном группировании. При большом объеме выборки второй подход предпочтительнее. Он оказывается единственно возможным, если априорные сведения о параметрах отсутствуют и предполагается лишь вид распределения.

При втором подходе мы получаем возможность с помощью таблиц асимптотически оптимального группирования получать приближенные оценки максимального правдоподобия параметров распределений. Процедура вычисления таких оценок состоит в следующем. Используя соответствующую таблицу оптимальных вероятностей, разбиваем упорядоченную исходную выборку на группы так, чтобы число наблюдений n_i, попавших в каждую, было пропорционально оптимальной вероятности $n_i \approx NP_i$, P_i берутся из соответствующих таблиц оптимальных вероятностей. В результате будут приближенно выбраны оптимальные граничные точки $\hat{x}_i$, разделяющие группы. В качестве $\hat{x}_i$ можно брать среднее значение между смежными выборочными значениями, попавшими в соседние группы. Из таблиц оптимальных граничных точек при данном числе интервалов берутся инвариантные значения граничных точек t_i, которые связаны с x_i определенной зависимостью. Отсюда уже просто найти приближенную оценку неизвестного параметра из уравнения $t_i = \varphi(\hat{x}_i, \theta)$ и усреднить по всем i. При таком подходе оценки параметров для перечисленных выше распределений находятся из полученных простых формул.

В частности, для распределения Вейбулла с функцией плотности распределения $f(x) = (\theta/\theta_1)(x/\theta_1)^{\theta-1} exp\{-(x/\theta_1)^{\theta}\}$ оценки и параметров определяются из соотношений:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{k-2} \sum_{i=2}^{k-1} \frac{\ln t_{i-1} - \ln t_i}{\ln \hat{x}_{i-1} - \ln \hat{x}_i},$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{k-2} \sum_{i=2}^{k-1} exp\left\{ \frac{\ln t_{i-1} \ln \hat{x}_i - \ln t_i \ln \hat{x}_{i-1}}{\ln t_{i-1} - \ln t_i} \right\},$$

где t_i берутся из табл.1, а разбиение выборки на группы осуществляется в соответствии с P_i из табл.2.

Для распределения Рэлея с плотностью $f(x) = (x/\theta^2) exp\{-x^2/2\theta^2\}$ и распределения Максвелла с плотностью распределения $f(x) = (2x^2/(\theta^3\sqrt{2\pi})) exp\{-x^2/2\theta^2\}$ оценки находятся по формуле:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{x}_i}{t_i}.$$

Причем для распределения Рэлея используются табл.3 и 4, а для распределения Максвелла - соответственно табл. 5 и 6.

Для логистического распределения с плотностью

$$f(x) = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{3}} exp\left\{-\frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{x-\mu}{\sigma}\right\} \Big/ \left[1 + exp\left\{-\frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{x-\mu}{\sigma}\right\}\right]^2$$

оценки определяются формулами:

Таблица I

Оптимальные граничные точки интервалов группирования в виде $t_i(x/\theta_1)^{\theta}$ для одновременного оценивания двух параметров распределения Вейбулла и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации

K	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
3	0.2731	2.6067						
4	0.2109	1.3979	3.4137					
5	0.1044	0.5123	1.9590	3.8606				
6	0.0772	0.3649	1.2269	2.5726	4.4096			
7	0.0501	0.2318	0.6758	1.7192	2.9922	4.7949		
8	0.0377	0.1740	0.4837	1.1904	2.2041	3.4285	5.2049	
9	0.0275	0.1269	0.3431	0.7829	1.6027	2.5723	3.7667	5.5273
10	0.0213	0.0988	0.2638	0.5770	1.1805	1.9932	2.9269	4.1024
11	0.0165	0.0771	0.2046	0.4359	0.8560	1.5344	2.3192	3.2319
12	0.0132	0.0618	0.1638	0.3434	0.6517	1.1789	1.8570	2.6163
13	0.0106	0.0500	0.1326	0.2754	0.5106	0.9030	1.4807	2.1401
14	0.0087	0.0412	0.1094	0.2261	0.4126	0.7116	1.1798	1.7608
15	0.0072	0.0344	0.0913	0.1881	0.3394	0.5734	0.9387	1.4426

K	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}	A
3							0.4079
4							0.5572
5							0.6836
6							0.7571
7							0.8109
8							0.8480
9							0.8756
10	5.8478						0.8963
11	4.3930	6.1270					0.9123
12	3.5103	4.6589	6.3853				0.9248
13	2.8810	3.7623	4.9016	6.6208			0.9349
14	2.4019	3.1286	3.9997	5.1314	6.8444		0.9431
15	2.0116	2.6381	3.3538	4.2169	5.3425	7.0506	0.9498

Таблица 2

Оптимальные частоты при одновременном оценивании двух параметров распределения Вейбулла или проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

K	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8
3	0.2390	0.6872	0.0738					
4	0.I90I	0.5628	0.2I42	0.0329				
5	0.099I	0.30I8	0.458I	0.II99	0.02II			
6	0.0743	0.23I4	0.40II	0.2I69	0.064I	0.0I22		
7	0.0489	0.I58I	0.2843	0.3295	0.I290	0.04I9	0.0083	
8	0.0370	0.I227	0.2238	0.3I24	0.I938	0.0779	0.0269	0.0055
9	0.027I	0.092I	0.I7I2	0.2525	0.2557	0.I250	0.0533	0.0I9I
I0	0.02II	0.0729	0.I379	0.2065	0.2545	0.I708	0.0827	0.037I
II	0.0I64	0.0578	0.II08	0.I683	0.22I8	0.2I0I	0.II64	0.0589
I2	0.0I3I	0.0468	0.09I2	0.I395	0.I832	0.2I36	0.I5I5	0.0830
I3	0.0I05	0.0383	0.0754	0.II65	0.I592	0.I947	0.I779	0.I099
I4	0.0087	0.03I7	0.03I7	0.0632	0.0988	0.I357	0.I7I0	0.I354
I5	0.0072	0.0266	0.0535	0.0842	0.II63	0.I486	0.I725	0.I548

K	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	A
3								0.4079
4								0.5572
5								0.6836
6								0.757I
7								0.8I09
8								0.8480
9	0.0040							0.8756
I0	0.0I36	0.0029						0.8963
II	0.027I	0.0I02	0.0022					0.9I23
I2	0.0432	0.0204	0.0078	0.00I7				0.9248
I3	0.06I5	0.0329	0.0I58	0.006I	0.00I3			0.9349
I4	0.081[illegible]	0.0467	0.0255	0.0I24	0.0048	0.00II		0.943I
I5	0.I025	0.0623	0.0365	0.0203	0.0099	0.0039	0.0009	0.9498

Таблица 3

Оптимальные граничные точки интервалов группирования в виде $t_i = x_i/\theta$ для оценивания параметра распределения Рэлея и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

K	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	I.7853									0.6476
3	I.4266	2.2853								0.8203
4	I.2280	I.8823	2.5943							0.89I0
5	I.0954	I.6459	2.I78I	2.8I63						0.9269
6	0.9993	I.483I	I.9255	2.3964	2.9883					0.9476
7	0.9247	I.36I5	I.7477	2.I360	2.5686	3.I28I				0.9606
8	0.8648	I.266I	I.6I30	I.9500	2.3045	2.7I03	3.2455			0.9693
9	0.8I52	I.I884	I.5058	I.8073	2.II36	2.4444	2.8303	3.3463		0.9754
I0	0.7734	I.I237	I.4I80	I.6928	I.9658	2.2506	2.5638	2.9340	3.4344	0.9798

Таблица 4

Оптимальные частоты при оценивании параметра распределения Рэлея и проверки гипотез о нем по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

K	P_I	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{I0}	P_{II}	A
2	0.7968	0.2032										0.6476
3	0.6385	0.2880	0.0735									0.8203
4	0.5296	0.3004	0.I355	0.0345								0.89II
5	0.4514	0.2905	0.I648	0.0744	0.0I89							0.9269
6	0.3930	0.2740	0.I763	0.I000	0.045I	0.0II6						0.9476
7	0.3479	0.2563	0.I787	0.II50	0.0652	0.0294	0.0075					0.9606
8	0.3I20	0.2394	0.I763	0.I229	0.079I	0.0449	0.0202	0.0052				0.9693
9	0.2827	0.2238	0.I7I7	0.I265	0.0882	0.0567	0.0322	0.0I45	0.0037			0.9I54
I0	0.2584	0.2097	0.I659	0.I273	0.0938	0.0654	0.042I	0.0239	0.0I07	0.0028		0.9798
II	0.2378	0.I964	0.I598	0.I264	0.097I	0.07I5	0.0498	0.0322	0.0I83	0.0083	0.0024	0.9832

Таблица 5

Оптимальные граничные точки интервалов группирования в виде $t_i = x_i / \theta$ для оценивания параметра распределения Максвелла и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

k	t_I	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	A
2	2.045I									0.645I
3	I.6762	2.5366								0.8I79
4	I.4689	2.I292	2.8402							0.8892
5	I.3292	I.8879	2.422I	3.0583						0.9254
6	I.226I	I.7205	2.I667	2.6379	3.2274					0.9464
7	I.I458	I.[illegible]047	I.9859	2.3759	2.808I	3.3649				0.9596
8	I.0807	I.4952	I.848I	2.I879	2.543I	2.9480	3.4803			0.9685
9	I.0267	I.4I38	I.7377	2.0423	2.3499	2.6803	3.0652	3.5789		0.9747
I0	0.9798	I.3447	I.6460	I.9252	2.2003	2.4857	2.7984	3.I668	3.6625	0.9792

Таблица 6

Оптимальные частоты при оценивании параметра распределения Максвелла и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона и соответствующие значения относительной асимптотической информации A

K	P_I	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{I0}	A
2	0.7576	0.2424									0.645I
3	0.578I	0.3296	0.0923								0.8I79
4	0.4597	0.33I0	0.I647	0.0446							0.8892
5	0.3778	0.3097	0.I942	0.0933	0.0250						0.9254
6	0.3I85	0.2837	0.2022	0.I223	0.0579	0.0I54					0.9464
7	0.2739	0.2585	0.2000	0.I374	0.08I8	0.0383	0.0I0I				0.9596
8	0.2393	0.2357	0.I93I	0.I438	0.097I	0.0573	0.0267	0.0070			0.9685
9	0.2II9	0.2I55	0.I840	0.I450	0.I063	0.07II	0.04I8	0.0I94	0.0050		0.9747
I0	0.I89I	0.I978	0.I745	0.I437	0.IIII2	0.0805	0.0536	0.03I3	0.0I45	0.0038	0.9792

Таблица 7

Оптимальные граничные точки в виде $t_i = \pi(x_i - \mu)/G\sqrt{3}$ для одновременного оценивания двух параметров логического распределения и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона

K	t_I	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7
3	-I.I674	I.I674					
4	-I.9797	0.0	I.9797				
5	-2.5090	-0.8470	0.8470	2.5090			
6	-2.9083	-I.3535	0.0	I.3335	2.9083		
7	-3.2797	-I.7426	-0.5955	0.5955	I.7426	3.2797	
8	-3.6023	-2.0786	-I.0I65	0.0	I.0I65	2.0786	3.6023
9	-3.898I	-2.3777	-I.3604	-0.463I	0.463I	I.3604	2.3777
I0	-4.I665	-2.6442	-I.65I2	-0.8235	0.0	0.8235	I.64I2
II	-4.4I48	-2.8883	-I.9085	-I.I227	-0.3805	0.3805	I.I227
I2	-4.6437	-3.II23	-2.I394	-I.3798	-0.6929	0.0	0.6929
I3	-4.8577	-3.32I2	-2.35II	-I.608I	-0.9580	-0.3235	0.3235
I4	-5.0564	-3.5I50	-2.5460	-I.8I38	-I.I888	-0.5984	0.0
I5	-5.2452	-3.6987	-2.7289	-2.0032	-I.3953	-0.8364	-0.28I8

K	t_8	t_9	t_{I0}	t_{II}	t_{I2}	t_{I3}	t_{I4}	A
3								0.4426
4								0.6026
5								0.686I
6								0.7890
7								0.8369
8								0.870I
9	3.898I							0.8942
I0	2.6442	4.I665						0.9I23
II	I.9085	2.8883	4.4I48					0.926I
I2	I.3798	2.I394	3.II23	4.6437				0.937I
I3	0.9580	I.608I	2.35II	3.32I2	4.8577			0.9457
I4	0.5984	I.I888	I.8I38	2.5460	3.5I50	5.0564		0.9526
I5	0.28I8	0.8364	I.3953	2.0032	2.4289	3.6987	5.2452	0.9585

Таблица 8

Оптимальные частоты для одновременного оценивания двух параметров логистического распределения и проверки согласия по критерию χ^2 Пирсона

К	P_I	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
3	0.2373	0.5254	0.2373					
4	0.I2I4	0.3786	0.3786	0.I2I4				
5	0.0752	0.2249	0.3998	0.2249	0.0752			
6	0.05I7	0.I568	0.29I5	0.29I5	0.I568	0.05I7		
7	0.0363	0.II27	0.2064	0.2892	0.2064	0.II27	0.0363	
8	0.0265	0.0847	0.I545	0.2343	0.2343	0.I545	0.0847	0.0265
9	0.0I99	0.0650	0.II93	0.I82I	0.2274	0.I82I	0.II93	0.0650
I0	0.0I53	0.06I0	0.0946	0.I44I	0.I950	0.I950	0.I44I	0.0946
II	0.0II9	0.0408	0.0764	0.II64	0.I605	0.I880	0.I605	0.II64
I2	0.0095	0.033I	0.0627	0.0957	0.I324	0.I666	0.I666	0.I324
I3	0.0077	0.027I	0.052I	0.0799	0.II04	0.I425	0.I606	0.I425
I4	0.0063	0.0226	0.0438	0.0675	0.0933	0.I2I2	0.I453	0.I453
I5	0.0053	0.0I89	0.037I	0.0576	0.0797	0.I037	0.I277	0.I400

К	P_9	P_{I0}	P_{II}	P_{I2}	P_{I3}	P_{I4}	P_{I5}	A
3								0.4426
4								0.6026
5								0.686I
6								0.7890
7								0.8369
8								0.870I
9	0.0I99							0.8942
I0	0.05I0	0.0I53						0.9I23
II	0.0764	0.0408	0.0II9					0.926I
I2	0.0957	0.0627	0.033I	0.0095				0.937I
I3	0.II04	0.0799	0.052I	0.027I	0.0077			0.9457
I4	0.I2I2	0.0933	0.0675	0.0438	0.0226	0.0063		0.9526
I5	0.I277	0.I037	0.0797	0.0576	0.037I	0.0I89	0.0053	0.9585

$$\hat{\mu} = \frac{1}{k-2} \sum_{i=2}^{k-1} \frac{t_i \hat{x}_{i-1} - t_{i-1} \hat{x}_i}{t_i - t_{i-1}} ,$$

$$\hat{G} = \frac{\pi \sqrt{3}}{k-2} \sum_{i=2}^{k-1} \frac{\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} ,$$

где t_i дается в табл.7, а разбиение выборки на группы для определения $\hat{x}_i$ проводится в соответствии с P_i из табл.8.

Число интервалов группирования при оценивании параметров следует выбирать таким образом, чтобы число экспериментальных наблюдений $n_i \approx NP_i$, попавших в каждый интервал, было больше или равно 5÷I0.

Оценки, определяемые приводимыми и аналогичными формулами для других распределений, получаются довольно близкими, например, к оценкам максимального правдоподобия. В табл.9 приведены результаты такого сравнения для оценок параметров распределений Рэлея и Максвелла и стандартного отклонения нормального распределения.

Таблица 9

Сравнение оценок, получаемых по таблицам асимптотически оптимального группирования, с ОМП по группированным данным

К	р. Рэлея N = 300		р. Максвелла N = I20		Нормальное N = 360	
	ОМП$_г$	$\hat{\theta}$	ОМП$_г$	$\hat{\theta}$	ОМП$_г$	$\hat{G}$
3	0.928	0.958	0.259	0.259	I.I28	I.076
4	0.928	0.959	0.286	0.29I	0.993	0.987
6	0.974	0.989	0.288	0.293	I.022	I.037
7	0.989	I.0I2	0.29I	0.298	I.045	I.054
8	0.97I	I.0I8	-	-	-	-
9	0.989	I.0I5	-	-	I.0I9	I.04I

Основное достоинство этих оценок заключается в том, что объем вычислений очень незначителен и практически не растет при увеличении объема выборки. Увеличение объема выборки несколько увеличивает затраты лишь на упорядочение значений наблюдений по возрастанию и не влияет на число арифметических операций, требуемых для вычисления оценки. В то же время очевидно, что получаемые оценки состоятельны и асимптотически эффективны, а использование таблиц позволяет оценить и асимптотическую дисперсию вычисленной оценки.

Литература

1. Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: Мир, 1975, 648 с.
2. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. - М.: Наука, 1968. - 548 с.
3. Ковальков Ю.А., Бойцов Б.В., Череватенко Ю.Л. К вопросу точности оценк.. закона распределения параметра, используемого для управления надежностью. - Надежность и контроль качества, 1976, № 8, с.62-58.
4. Куллдорф Г. Введение в теорию оценивания по группированным и частично группированным выборкам. - М.: Наука, 1966. - 176 с.
5. Статистические методы обработки эмпирических данных: Рекомендации. - М.: Издательство стандартов, 1978. - 232 с.
6. Денисов В.И., Лемешко Б.Ю. Оптимальное группирование при обработке экспериментальных данных. - В кн.: Измерительные информационные системы. Новосибирск: НЭТИ, 1979, с.5-14.
7. Бодин Н.А. Оценка параметров распределения по группированным выборкам. - Труды математического института АН СССР, вып.3. 1970, с.110-154.
8. Денисов В.И. Математическое обеспечение системы "ЭВМ-экспериментатор". - М.: Наука, 1977. - 251 с.
9. Денисов В.И., Зачепа Г.Г., Лемешко Б.Ю. Об асимптотически оптимальном группировании при оценивании основного параметра гамма-распределения. - В кн.: Применение ЭВМ в оптимальном планировании и проектировании. Новосибирск, 1974, с.50-53.
10. Денисов В.И., Зачепа Г.Г., Лемешко Б.Ю. Об асимптотически оптимальном группировании при оценивании параметров по группированным данным. - Новосибирск, 1975. - 14 с. - Рукопись представлена НЭТИ. Деп. в ВИНИТИ, 1975, № 3378-75.
11. Лемешко Б.Ю. Оценивание параметров распределений по группированным наблюдениям. - В кн.: Вопросы кибернетики. М., 1977, вып.30, с.80-96.
12. Денисов В.И., Лемешко Б.Ю. Использование оптимального группирования для оценивания параметров распределения и выбора распределения при определении характеристик надежности устройств. - В кн.: Исследования и расчеты надежности энергосисте на этапах проектирования и эксплуатации. Фрунзе, 1978, с.72-75.
13. Методические рекомендации по планированию экспериментов и обработке экспериментальных данных при исследовании надежности и качества функционирования систем "человек-техника" /Губинский А.И., Денисов В.И., Гречко Ю.П и др. ЛЭТИ, 1978.

УДК 519.28

Э.П.Шурина, В.Д.Фроловский

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССА ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЛАКИРОВАННЫХ ЛИСТОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ

Для описания промышленных процессов, развивающихся во времени и пространстве, все чаще используются модели, представленные дифференциальными уравнениями в частных производных. В этом случае претерпевает изменения методология планирования эксперимента при определении коэффициентов таких моделей и изучение этого вопроса пока находится на стадии исследования отдельных процессов и видов моделей [2].