

К вопросу проверки гипотез дисперсионного анализа при нарушении предположений о нормальности ошибок наблюдений¹

Лемешко Б.Ю., Пономаренко В.М.
НГТУ, г. Новосибирск. E-mail: headrd@fpm.ami.nstu.ru

В работе рассматривались одно- и двухфакторные модели дисперсионного анализа с постоянными уровнями факторов, в рамках которых проверялись гипотезы, основанные на функциях, допускающих оценивание (ФДО). Во всех рассмотренных случаях речь идет о полном факторном эксперименте, сбалансированном плане наблюдений для модели, в которую не вносилось никаких дополнительных ограничений. Ошибки наблюдений подчинялись распределениям экспоненциального семейства с параметрами формы от 0.3 до 10.

Исследовалось поведение статистики отношения правдоподобия и оценок ФДО при отклонении закона распределения ошибок наблюдений от нормального. Изучалось влияние используемого метода оценивания параметров модели на примере метода максимального правдоподобия (ММП) и метода наименьших квадратов (МНК).

Численные исследования распределений статистик осуществлялись в соответствии с методикой, хорошо зарекомендовавшей себя при исследовании статистических закономерностей.

В ряде предшествующих публикаций, например, в [1], отмечались наблюдаемые в ходе исследований тенденции.

Полученные результаты позволяют говорить о том, что влияние отклонения закона распределения ошибок от нормального на предельное распределение статистики отношения правдоподобия сильно зависит от метода оценивания параметров модели. При использовании МНК степень такого влияния на предельное распределение статистики невелика. Существенные отклонения наблюдаются лишь при законах распределения ошибок наблюдений с “тяжелыми хвостами”. При использовании ММП распределение статистики отношения правдоподобия существенно зависит от вида закона ошибок наблюдений. Рисунки 1 и 2 иллюстрируют полученную картину на примере двухфакторных моделей заданной размерности при ошибках, подчиняющихся экспоненциальному семейству распределений с параметром формы λ ($e \sim De(\lambda)$). На рисунках приведены полученные в результате моделирования распределения статистики отношения правдоподобия. Для сравнения на рисунках представлены также теоретические распределения статистики при нормально распределенных ошибках (распределения Фишера $F(2,30)$).

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобразования России (проект № Т02-3.3-3356)

Распределения ММП и МНК оценок ФДО существенно отличаются. При этом ММП оценки ФДО обладают лучшими статистическими свойствами. В аналогичных условиях ММП оценки ФДО, как правило, обладают меньшей дисперсией. Однако распределения ММП оценок ФДО в большей степени зависят от вида закона распределения ошибок. Различие свойств оценок ФДО объясняют и различия в распределениях статистики отношения правдоподобия при использовании МНК и ММП при нарушениях предположений о нормальности ошибок. В то же время ММП оценки ФДО обладают худшими свойствами робастности. Особенно не устойчивы ММП оценки ФДО при законах распределения ошибок с “тяжелыми хвостами”.

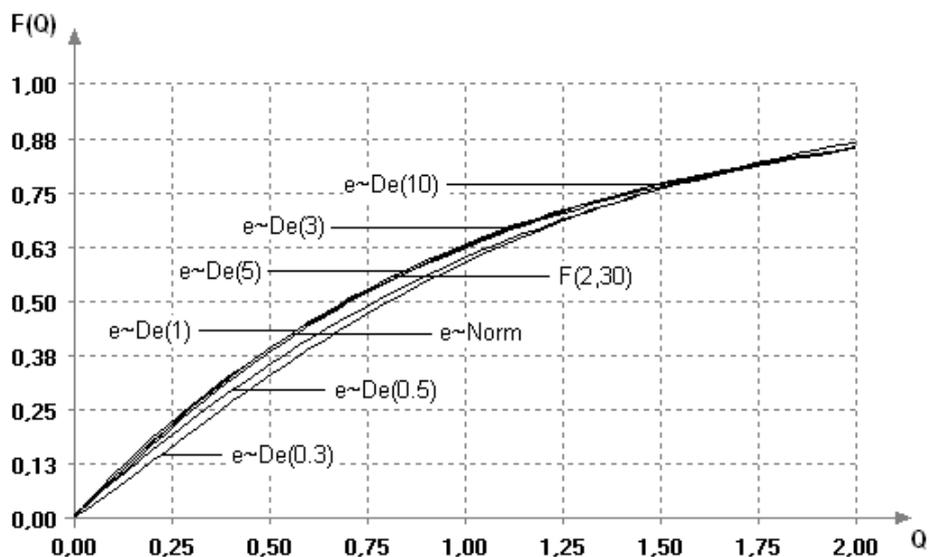


Рис. 1. Распределения статистики отношения правдоподобия в зависимости от закона распределения ошибок при использовании МНК

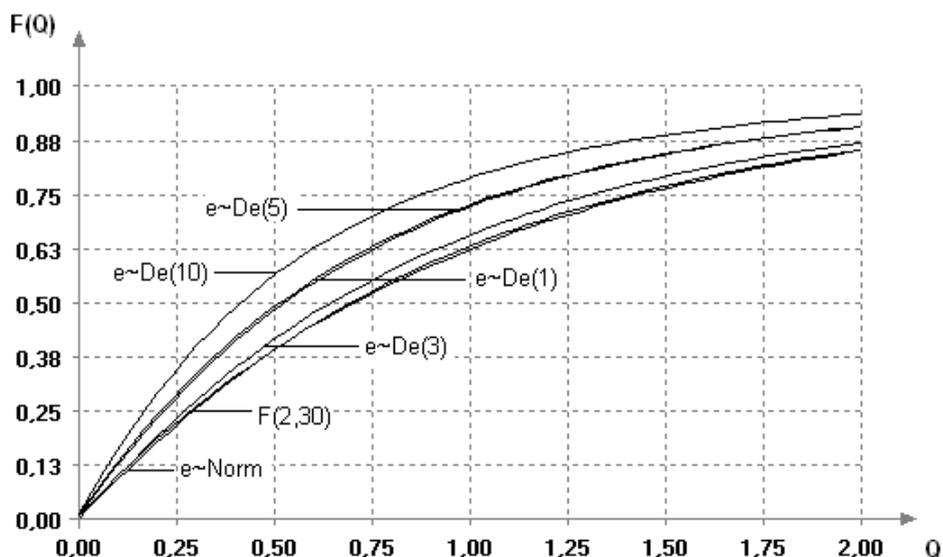


Рис. 2. Распределения статистики отношения правдоподобия в зависимости от закона распределения ошибок при использовании ММП

1. Лемешко Б.Ю., Пономаренко В.М., Проблемы применения классического аппарата дисперсионного анализа в приложениях технического, экономиче-

ского и естественнонаучного характера // Материалы региональной научной конференции «Вероятностные идеи в науке и философии»: Новосибирск, 23-25 сентября 2003. – С. 106-109.