

Б.Ю. ЛЕМЕШКО

(Новосибирский государственный технический университет)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ЭФФЕКТИВНЫЙ ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

Статистические методы исследования закономерностей находят все более широкое применение в процессе формирования принимаемых решений в различных областях науки, техники и экономики. Эффективное применение всего спектра существующих методов статистического анализа возможно только при наличии соответствующего программного обеспечения.

Рынок насыщен значительным числом универсальных (интегрированных) статистических пакетов общего назначения: SAS (SAS Institute, Inc.), Statistica (StatSoft, Inc.), SPSS (SPSS, Inc.), SYSTAT (SYSTAT, Inc.), MINITAB (MINITAB, Inc.), Statgraphics (SSTSC, Inc и др. Перечисленные пакеты включают в себя модули, ориентированные практически на весь спектр статистических методов.

Наиболее часто используемые и реализованные в программных системах методы статистического анализа опираются на хорошо апробированные классические результаты математической статистики. А многочисленные задачи, возникающие в различных приложениях, порой не укладываются в русло предположений, при которых корректно применение классического аппарата. Разработка математического аппарата для решения таких задач чисто аналитическими методами оказывается чрезвычайно сложной проблемой, а задач, требующих разрешения, слишком много.

В последние годы нами развивается подход, ориентированный на исследование закономерностей математической и прикладной статистики методами компьютерного моделирования. Такой подход предусматривает статистическое моделирование исследуемых закономерностей и построение для этих закономерностей математических моделей. Практика показала, что с использованием методов статистического моделирования и последующего компьютерного анализа можно получать результаты, не уступающие по точности аналитическим. Применение построенных моделей в дальнейшем обеспечивает корректность статистических выводов в тех ситуациях, когда использование классических *процедур и методов неправомерно*.

Примером эффективности такого подхода являются результаты исследований, на базе которых нами были разработаны рекомендации по стандартизации Р 50.1.033-2001 и Р 50.1.037-2002 Госстандарта РФ, введенные в действие с 2002 года. Рекомендации определяют порядок применения критериев согласия.

Рекомендации по стандартизации Р 50.1.033-2001 касаются правил применения критериев согласия типа χ^2 . Несмотря на кажущуюся простоту, практика применения критериев согласия типа χ^2 изобилует примерами его некорректного или неэффективного использования, особенно при проверке сложных гипотез. Анализ примеров "неудачного" применения критериев типа χ^2 позволяет выделить две группы причин, приводящих к неверным статистическим выводам. Во-первых, это часто совершаемые принципиальные ошибки, при которых использование в качестве предельного χ^2_{k-m-1} -распределения оказывается неправомерным. Во-вторых, действия, использующие возможности критериев не наилучшим образом. В первом случае возрастает вероятность ошибки первого рода α , во втором – вероятность ошибки второго рода β .

В случае проверки сложных гипотез и оценивании по выборке параметров наблюдаемого закона использование в качестве предельных χ^2_{k-m-1} -распределений справедливо в случае применения *асимптотически эффективных оценок только по группированным наблюдениям*. В частности, оценок, получаемых минимизацией статистики χ^2 методом максимального правдоподобия, минимизацией ряда статистик, предусматривающих группировку данных (расстояние Хеллингера, дивергенция Кульбака-Лейблера и т.п.), L-оценок параметров сдвига и масштаба по выборочным квантилям.

При использовании критериев согласия типа χ^2 неоднозначность в построении и вычислении статистик связана с выбором числа интервалов и с тем, каким образом область определения случайной величины разбивается на интервалы. Такой произвол отражается на статистических свойствах применяемых критериев согласия и, в частности, на мощности критериев, способности различать близкие конкурирующие гипотезы. *Выбор числа интервалов и способа разбиения на интервалы должен осуществляться с позиций обеспечения максимальной мощности применяемого критерия.* Этому ранее не уделялось внимания в регламентирующих документах.

Способ группирования оказывает особенно сильное влияние на мощность критериев типа χ^2 . Критерии согласия χ^2 Пирсона и отношения правдоподобия при проверке как простых, так и сложных гипотез имеют максимальную мощность против близких альтернатив, если использовать такое разбиение области определения случайной величины на интервалы, при котором потери в информации Фишера о параметрах закона, соответствующего проверяемой гипотезе H_0 , минимальны (асимптотически оптимальное группирование). В рекомендациях для конкретных законов распределения представлен широкий состав построенных таблиц асимптотически оптимального группирования, минимизирующего потери в информации Фишера. Использование асимптотически оптимального группирования при заданном числе интервалов обеспечивает максимальную мощность при близких конкурирующих гипотезах.

Мощность критериев типа χ^2 существенно зависит и от числа интервалов k . Известно, что с некоторого значения и при дальнейшем росте числа интервалов k мощность падает. Вообще говоря, для каждой пары альтернатив можно подобрать оптимальное значение числа интервалов, которое зависит от этой пары альтернатив, способа группирования и объема выборки n . Чаше всего оптимальное k оказывается существенно меньше значений, рекомендуемых различными регламентирующими документами и задаваемых множеством эмпирических формул. Результаты исследований мощности критериев типа χ^2 от способа группирования и числа интервалов, построенные таблицы асимптотически оптимального группирования составили основу рекомендаций Р 50.1.033-2001.

Рекомендации по стандартизации Р 50.1.037-2002 касаются правил применения непараметрических критериев согласия типа Колмогорова, типа ω^2 (Крамера-Мизеса-Смирнова) и Ω^2 (Андерсона-Дарлингa) Мизеса. В случае простых гипотез предельные распределения статистик непараметрических критериев типа Колмогорова, ω^2 и Ω^2 Мизеса не зависят от вида наблюдаемого закона распределения и значений его параметров. Говорят, что эти критерии являются "свободными от распределения". При проверке сложных гипотез, когда по той же самой выборке оцениваются параметры наблюдаемого закона $F(x, \theta)$, непараметрические критерии согласия теряют свойство "свободы от распределения". Различия в предельных распределениях тех же самых статистик при проверке простых и сложных гипотез очень существенны, поэтому большинство ошибок бывает связано с тем, что не учитываются эти различия. При проверке сложных гипотез на условный закон распределения статистики $G(S|H_0)$ критерия влияет целый ряд факторов, определяющих "сложность" гипотезы: вид наблюдаемого закона $F(x, \theta)$, соответствующего истинной гипотезе H_0 ; тип оцениваемого параметра и количество оцениваемых параметров; в некоторых ситуациях конкретное значение параметра (например, в случае гамма-распределения); используемый метод оценивания параметров и точность вычисления оценок.

Построенные модели распределений статистик критериев при проверке различных сложных гипотез и таблицы процентных точек составили основу рекомендаций Р 50.1.037-2002.

Расширенная совокупность результатов, полезных при статистическом анализе данных, доступна на WEB-сайте <http://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/start.htm>.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобразования РФ (Тема №Т02-3.3-3356).