Литература
1. Чубич В.М. Вычисление информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных дискретных систем / В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ, 2009. – №1(34). – С. 23-40.
2. Денисов В. И. Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем: монография /В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова, Д.И. Бобылева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 192 с.
3. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента (планирование регрессионных экспериментов) / В.В. Федоров. – М.: Наука, 1971. – 312 с.

К ВОПРОСАМ ПРИМЕНЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ПРОВЕРКИ СЛУЧАЙНОСТИ И ОТСУТСТВИЯ ТРЕНДА

Веретельникова И.В., Лемешко Б.Ю.
НГТУ, Новосибирск
e-mail: ira-veterok@mail.ru

Существует множество критериев, предназначенных для проверки гипотез об отсутствии тренда или о случайности анализируемых выборок. Параметрические критерии, как правило, опираются на предположение о нормальном распределении шума, а в непараметрических критериях стараются использовать асимптотические распределения статистик. На практике гипотеза о нормальности шума оказывается справедливой далеко не всегда, а исследователь обычно имеет дело с ограниченными объемами выборок. Применение параметрических критериев при нарушений стандартных предположений, а непараметрических критериев в условиях асимптотические свойства не выполняются, может приводить к некорректным выводам. В ходе исследований, являющихся развитием [1,2], были рассмотрены следующие параметрические критерии: автокорреляции, его модификация (нормированная сумма коэффициентов корреляции первого и второго порядков), Люнга-Бокса, Морана, Дюффа-Роя, Вальда-Вольфовитца, Хсу и знаково-ранговый критерий Холлина.

Распределения статистик критериев автокорреляции, его модификации, Морана, Дюффа-Роя, Вальда-Вольфовитца, Хсу при выполнении предположения о нормальности входных данных подчиняются стандартному нормальному закону N(0,1). Методами статистического моделирования было показано, что при $n>31$ для критерия автокорреляции, при $n>200$ для его модификации, при $n>40$ для критерия Морана, при $n>17$ для критерия Дюффа-Роя, при $n>20$ для нормализованной статистики Вальда-Вольфовитца, при $n>30$ для критерия Хсу в стандартизированной форме гипотезы о согласии распределений статистик со стандартным нормальным законом не отвергается с достигаемым уровнем значимости выше 0.01. То есть, при таких объемах выборок стандартный нормальный закон можно использовать в качестве распределений статистик этих критериев. В процессе анализа количество моделируемых значений статистик составляло 16600.

Использование стандартного нормального закона в качестве распределения статистики при объемах выборок n меньше указанных выше может приводить к существенной ошибке при определении достигаемого уровня значимости. Применение параметрических критериев в условиях нарушения предположений о принадлежности анализируемых выборок нормальному закону также будет приводить ошибке при принятии решения.

Предотвратить возможную некорректность выводов при использовании параметрических и непараметрических критериев в условиях нарушения стандартных предположений можно за счет использования при проверке гипотезы “истинного” распределения статистики, соответствующего справедливости проверяемой гипотезы в реальных условиях приложения (при заданном объеме выборки и при конкретном законе распределения входной случайной величины). Такое распределение может быть найдено методами статистического моделирования в процессе проверки соответствующей гипотезы (в интерактивном режиме). Такой режим для рассмотренных критериев реализован в развиваемой программной системе «Интервальная статистика для Windows» [3].

В процессе исследований были отмечены некоторые недостатки критериев, в частности, отмечена очень медленная сходимость к стандартному нормальному закону распределения статистики критерия Люнга-Бокса (см. рисунок 1). Гипотеза о согласии распределения статистики критерия Люнга-Бокса со стандартным нормальным законом отклоняется даже при n =1000.

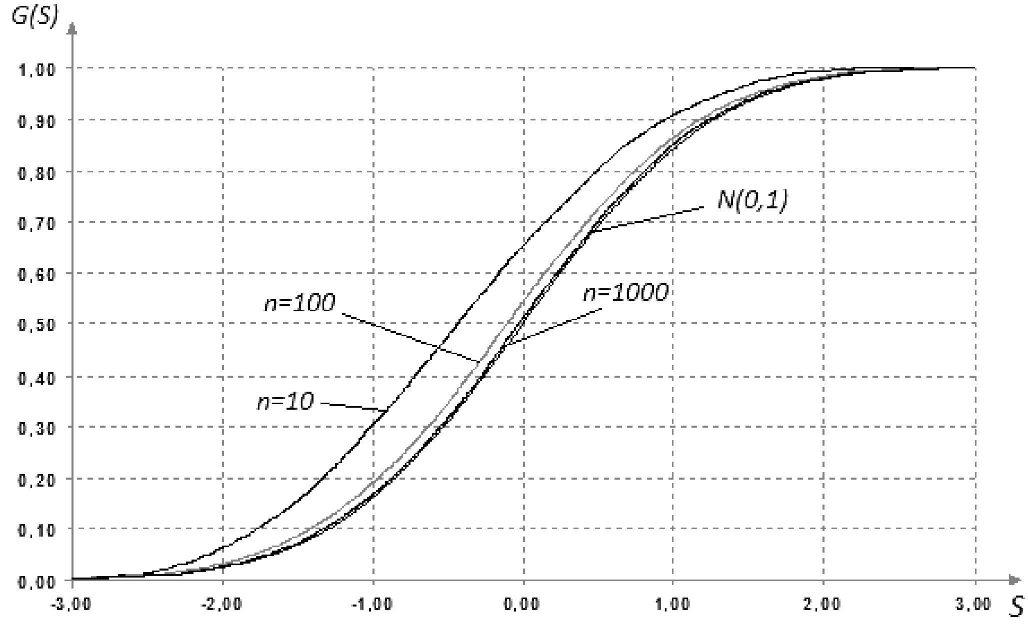

Рисунок 1 – Сходимость распределения статистики критерия Люнга-Бокса к N(0,1)

Статистики Люнга-Бокса, Морана и Дюффа-Роя предложены как нормализующие преобразования статистики автокорреляции. Исследования показали эквивалентность всех этих критериев. Распределение статистики критерия Дюффа-Роя быстрее всех сходится к N(0,1). Поэтому его применение этого критерия предпочтительней.

Распределения статистики критерия Холлина сильно зависят от объема выборки. Исследование распределений статистики этого критерия при нарушении предположения о нормальности показало, что если наблюдаемый закон симметричен, то распределения его статистики практически не отличаются от тех, которые оно имеет при нормальном законе.

Был рассмотрен ряд непараметрических критериев: ранговый и сериальный критерии Вальда-Вольфовитца, критерии инверсий, Бартелса, Фостера-Стюарта, Кокса-Стюарта, кумулятивной суммы, Рамачандрана-Ранганатана.

Результаты моделирования показали, что распределение статистики рангового критерия Вальда-Вольфовитца смещено по отношению к предельному и очень медленно сходится к N(0,1). Даже при n=700 гипотеза о согласии с N(0,1) отвергается. Дискретностью же распределения статистики практически можно пренебречь.

Были рассмотрены критерий инверсий I, обратных инверсий T и критерий K-инверсий, где K=T – I, распределения которых сильно зависят от объема выборок. Исследование распределения нормализованной статистики инверсий I* показало, что при n>28 оно достаточно хорошо согласуется с N(0,1).

Исследование критериев Фостера-Стюарта показало, что даже при объемах выборок n=100, 200 дискретные распределения статистик существенно отличаются от t-распределения Стьюдента с n степенями свободы. Поэтому при проверке гипотез, и в данном случае, желательно использование истинного распределения статистики вместо t-распределения.

Распределение нормализованной статистики критерия Кокса-Стюарта, используемого для выявления тренда в средних, является дискретным и при малых n следует учитывать его отличие от N(0,1). При объемах выборок n>40 в качестве распределения статистики можно использовать N(0,1). В случае критерия Кокса-Стюарта, используемого для обнаружения тренда в дисперсиях, N(0,1) можно использовать в качестве распределения статистики критерия при n>155.

Распределений статистик критериев кумулятивной суммы и Рамачандрана-Ранганатана методами существенно зависят от объема выборки. Применение этих критериев затруднительно без использования интерактивного режима для определения достигаемого уровня значимости по истинному распределению статистики.

Показано, что в качестве распределения статистики критерия Бартелса при n>10 можно спокойно использовать N(0,1).

При исследовании распределения нормированной статистики сериального критерия Вальда-Вольфовитца было показано, что даже при больших объемах выборок (n=700) оно остается дискретным, в связи с чем желательно использование истинного распределения статистики.

Таким образом, проведенные исследования подчеркивают, что корректное применение множества критериев, используемых для проверки случайности и обнаружения тренда, требуют знания истинных распределений статистик, соответствующих реальным условиям применения критериев, и развитого программного обеспечения.

Литература

1. Лемешко Б.Ю., Комиссарова А.С., Щеглов А.Е. Применение некоторых критериев проверки гипотез случайности и отсутствия тренда // Метрология. 2010. № 12. – С.3-25.
2. Лемешко Б.Ю., Комиссарова А.С., Щеглов А.Е. Свойства и мощность некоторых критериев случайности и отсутствия тренда // Научный вестник НГТУ. 2012. – № 1(46). – С. 53-66.
3. ISW – Программная система статистического анализа одномерных случайных величин. URL: http://www.ami.nstu.ru/~headrd/ISW.htm (дата обращения 11.12.2013).

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О СОГЛАСИИ С ПОЛУПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ

Викторова М.М., Галанова Н.С.
НГТУ, Новосибирск
e-mail: natalia.galanova@gmail.com, тел.: (383) 346-27-76

Обозначим через τ длительность жизни (время наработки до отказа), которая является неотрицательной случайной величиной с абсолютно непрерывным законом распределения. Под функцией надежности понимается вероятность безотказной работы за некоторую наработку t:

$$S(t) = P\{\tau > t\},\ t \ge 0.$$

В данной работе рассматриваются статистические модели надежности для данных, полученных в результате ускоренных испытаний. Если x_0 – нормальное воздействие, то под повышенным (ускоренным) воздействием x_1 понимается любое воздействие, для которого выполняется

$$S_{x_0}(t) \ge S_{x_1}(t),\quad \forall t \ge 0.$$

В общем виде модель ускоренных испытаний выглядит следующим образом [3]:

$$S_{\bar{x}}(t) = S_0\left(t \cdot \rho(\bar{x}, \beta)\right),$$

где $\rho(\bar{x}, \beta)$ – функция от воздействий.