

Веретельникова И.В., Лемешко Б.Ю.
О ПРИМЕНЕНИИ КРИТЕРИЕВ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ
О СЛУЧАЙНОСТИ ИЛИ ОБ ОТСУТСТВИИ ТРЕНДА

Новосибирский государственный технический университет,
Новосибирск, Россия

Veretelnikova I.V., Lemeshko B. Yu.
APPLICATION OF CRITERIA FOR TESTING HYPOTHESES
ABOUT RANDOMNESS OR TREND ABSENCE

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Реферат: Для множества параметрических и непараметрических критериев, предназначенных для проверки гипотез о случайности или об отсутствии тренда, методами статистического моделирования исследованы распределения статистик, соответствующие справедливости проверяемой гипотезы, в зависимости от объемов выборок. Предложена и реализована процедура интерактивного моделирования распределений статистик критериев, что позволило корректно применять соответствующие критерии в условиях нарушения стандартных предположений.

Ключевые слова: гипотеза о случайности, проверка гипотезы, статистический критерий, статистическое моделирование.

Abstract: For a set parametric and nonparametric criteria designed to test hypotheses about trend absence or randomness, distributions of statistics corresponding to the true hypothesis to be tested, were investigated by methods of statistical modeling depending on the sample sizes.

Procedure of interactive modeling of statistical distributions of criteria was proposed and implemented which allowed to correctly apply relevant criteria in case of violation of standard assumptions.

Keywords: hypothesis of randomness, hypothesis testing, statistical criterion, statistical modeling.

Признаком наличия в наблюдаемой случайной последовательности измерений некоторой неслучайной закономерности может являться отклонение проверяемой гипотезы о случайности и об отсутствии тренда. Для проверки такого рода гипотезы в разное время предложено множество параметрических и непараметрических критериев. Однако имеющиеся источники не позволяют судить о преимуществах тех или иных критериев, не содержат четких рекомендаций, очерчивающих область применения и предпосылки, выполнение которых обеспечивает корректность статистических выводов при использовании рассматриваемых критериев.

Достаточно полный перечень критериев, ориентированных на проверку гипотезы о случайности и об отсутствии тренда, представлен в работе [1], которую можно рассматривать как справочное пособие, охватывающее самое широкое (в отечественных источниках по прикладной статистике) множество критериев проверки статистических гипотез. Естественно, что книга [1] не даст ответа на сформулированные выше вопросы. Более того, пользоваться ею надо

осторожно из-за большого числа ошибок, допущенных в описаниях критериев и в примерах их применения.

Основной предпосылкой, обеспечивающей корректное применение параметрических критериев, как правило, является предположение о нормальном законе распределения шума, что далеко не всегда выполняется на практике. Использование непараметрических критериев опирается на асимптотические распределения статистик этих критериев. При ограниченных объемах выборок распределения статистик параметрических и непараметрических критериев могут существенно отличаться от соответствующих предельных и асимптотических распределений статистик, используемых в процедуре проверки гипотезы. В случае непараметрических критериев проблема зачастую усугубляется из-за ярко выраженной дискретности статистики. В таких ситуациях использование при проверке гипотезы предельного (асимптотического) распределения статистики вместо “истинного” распределения этой статистики может приводить к неверному выводу.

Исследователя в связи с необходимостью решения задачи статистического анализа может интересовать критерий, обладающий наибольшей мощностью против заданной конкурирующей гипотезы. В зависимости от конкурирующей гипотезы более предпочтительными по мощности могут оказаться (и оказываются) различные критерии. В то же время, как правило, параметрические критерии показывают более высокую мощность по сравнению со своими непараметрическими аналогами, особенно, если конкурирующая гипотеза связана с наличием тренда в характеристиках рассеяния наблюдаемого процесса.

Таким образом, любого исследователя, с одной стороны, интересуют “действительные” свойства критериев, интересует, когда и при каких условиях (при выполнении каких стандартных предположений) он может получить корректные выводы, используя классические результаты. С другой стороны, он заинтересован в возможности осуществления корректных выводов и в ситуациях, когда стандартные предположения нарушаются и использование классических результатов невозможно.

Целью данной работы, с одной стороны, является исследование действительных свойств и особенностей применения различных критериев случайности и отсутствия тренда. В этом плане работа является продолжением исследований, результаты которых представлены в [2,3]. С другой стороны, работа посвящена реализации возможности использования множества параметрических и непараметрических критериев проверки случайности и отсутствия тренда **и обеспечению корректных статистических выводов** при применении указанных критериев **в условиях нарушения стандартных предположений**. Последнее предполагает исследование (методами статистического моделирования) распределения статистики применяемого критерия в соответствующих нестандартных условиях **в интерактивном режиме** проведения статистического анализа и последующее использование

полученного распределения статистики при принятии решения о результатах проверки гипотезы (для вычисления p -value).

В данной работе в зависимости от объемов анализируемых выборок и при справедливости проверяемой гипотезы исследованы распределения статистик параметрических (автокорреляции, модифицированного автокорреляции, Люнга-Бокса, Морана, Дюффа-Роя, Вальда-Вольфовитца, Хсу) и непараметрических (рангового Вальда-Вольфовитца, инверсий, Бартелса, Фостера-Стюарта, Кокса-Стюарта, кумулятивной суммы, сериального Вальда-Вольфовитца, Рамачандрана-Ранганатана, знаково-рангового Холлина) критериев. Описание рассмотренных и исследуемых в работе критериев с указанием на существующие таблицы процентных точек или распределения статистик можно посмотреть в [1]. В результатах настоящих исследований показано, начиная с каких объемов n , при проверке данного вида гипотез могут использоваться предельные (или асимптотические) распределения статистик соответствующих критериев.

Распределения статистик параметрических критериев были исследованы в условиях нарушения предположения о принадлежности наблюдаемых величин нормальному закону (в случае принадлежности различным законам). Было показано, что критерии автокорреляции, Люнга-Бокса, Морана, Дюффа-Роя, Вальда-Вольфовитца и модифицированный критерий автокорреляции устойчивы к нарушению основного предположения: существенные отклонения наблюдаемого закона от нормального практически не влияют на распределения статистик критериев, если наблюдаемый закон симметричен.

Критерии Морана, Дюффа-Роя и Люнга-Бокса представляют собой модификации критерия автокорреляции. Показано, что они полностью эквивалентны последнему и обладают одинаковой мощностью относительно заданных конкурирующих гипотез. Показано, что распределение статистики критерия Люнга-Бокса очень медленно сходится к предельному стандартному нормальному закону, а распределение статистики критерия Дюффа-Роя – быстрее всех. В этой связи целесообразно рекомендовать применение именно этой модификации.

Результаты исследования рангового критерия Вальда-Вольфовитца показали, что распределение его статистики R^* (см. стр. 539 [1]), дискретностью которой можно пренебречь, очень медленно сходится к (асимптотическому) стандартному нормальному закону (см. рис.1). Даже при $n=700$ распределение статистики R^* заметно отличается от стандартного нормального закона.

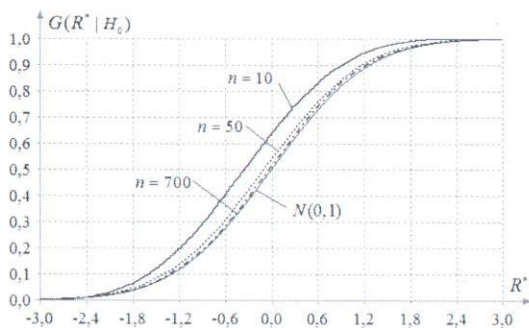


Рис. 1. Сходимость распределения статистики рангового критерия Вальда-Вольфовитца к стандартному нормальному закону

В результате исследований методами статистического моделирования распределений статистики R^* при различных n предложена поправка. Распределение предложенной модифицированной статистики $R^{**} = R^* + 1.1216n^{-0.523}$ хорошо согласуется со стандартным нормальным законом при $n > 10$.

В работе показано, насколько сильно распределения статистики критерия Холлина зависят от объема выборки. В то же время исследование распределений этой статистики в условиях нарушения предположения о нормальности наблюдаемых данных позволяет говорить об устойчивости распределения статистики критерия в ситуациях, когда анализируемые выборки принадлежат симметричным законам.

Показано, что при справедливости проверяемой гипотезы и $n > 28$ распределения нормализованной статистики инверсий I^* достаточно хорошо согласуется со стандартным нормальным законом. Для статистики критерия Бартелса согласие со стандартным нормальным законом достигается при $n > 10$. Для нормализованной статистики Кокса-Стюарта при проверке гипотезы об отсутствии тренда в средних – при $n > 40$, а для соответствующего критерия проверки гипотезы об отсутствии тренда в дисперсиях – при $n > 155$.

Исследование распределений статистик критериев Фостера-Стюарта, используемых для проверки гипотез об отсутствии тренда, соответственно, в средних и в дисперсиях, показало, что даже при достаточно больших объемах выборок ($n = 100, 200$) дискретные распределения этих статистик существенно отличаются от распределения Стьюдента с n степенями свободы, используемого в качестве асимптотического распределения статистики.

Для сериального критерия Вальда-Вольфовитца было показано, что даже при больших объемах выборок ($n = 700$) распределение статистики остается существенно дискретным. А распределения статистик критериев кумулятивной суммы, Рамачандрана-Ранганатана и Холлина – зависят от объемов выборок.

Для того, чтобы обеспечить корректность статистических выводов при использовании рассмотренных критериев в ситуации нарушения стандартных

предположений или в отсутствии сведений об “истинном” распределении статистик этих критериев (в конкретных условиях и при конкретном объеме выборки), реализован интерактивный режим исследования распределений статистик с последующим использованием полученного распределения при принятии решения о результатах проверки гипотезы (для вычисления p -value).

Литература

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
2. Лемешко Б.Ю., Комиссарова А.С., Щеглов А.Е. Применение некоторых критериев проверки гипотез случайности и отсутствия тренда // Метрология. 2010. № 12. – С.3-25.
3. Лемешко Б.Ю., Комиссарова А.С., Щеглов А.Е. Свойства и мощность некоторых критериев случайности и отсутствия тренда // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1(46). – С. 53-66.

Гагулина Н.Л.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ И КАЧЕСТВО ОБЩЕСТВЕННЫХ БЛАГ

ФГБОУ ВПО «Российский государственный гидрометеорологический
университет»

Gagulina N.L.

ECONOMIC TRANSFORMATION AND QUALITY OF PUBLIC GOODS

Russian State Hydrometeorological University (RSHU)

Современный кризис экономической системы, охвативший мировое экономическое пространство, по своей глубине аналогичен кризисам 30-х и 70-х годов прошлого столетия, но требует новых инструментов воздействия и механизмов регулирования. Хотя ситуация в России на фоне глобального кризиса характеризуется некоторой стабильностью, принятая двадцать лет назад модель роста себя исчерпала. По мнению В.Мау, «социальное государство, которое возникло в начале XX века в других демографических ситуациях, в современном развитом мире неэффективно» [1]. Новые стратегические ориентиры определяются выбором между наращиванием темпов экономического роста за счет дополнительного государственного стимулирования и политикой ответственного макроэкономического поведения, разумного расходования резервов, концентрации на вопросах развития институтов. В условиях экономической трансформации, которую может спровоцировать очередное изменение роли государства в связи с переходом на новую модель регулирования экономики, особенно актуальным становится вопрос оценки изменения качества общественных благ.